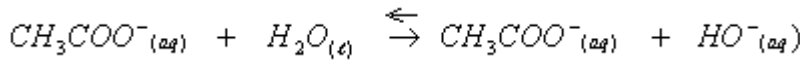


1-1-1- معادلة التفاعل بين أيونات الايثانوات والماء :



2-1- الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

معادلة التفاعل				معادلة التفاعل	
$CH_3COO^-(aq) + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + HO^-(aq)$				التقدم	الحالة
كميات المادة بالمول					
C_1V	بوفرة	0	0	0	ح-البدنية
$C_1V - x$	بوفرة	x	x	x	ح-التحول
$C_1V - x_{eq}$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}	ح-النهائية

بما أن الماء مستعمل بوفرة فإن $CH_3COO^-(aq)$ هو المحد. $C_1V - x_{max} = 0$ ومنه $x_{max} = C_1 \cdot V$

من خلال الجدول الوصفي لدينا :

$$(1) [HO^-]_f = \frac{x_f}{V}$$

ومن خلال الجداء الأيوني للماء : $[HO^-]_f = \frac{ke}{[H_3O^+]}$ أي : $[HO^-]_f = \frac{ke}{10^{-pH}}$

(1) = (2) $\Leftrightarrow x_f = \frac{ke \cdot V}{10^{-pH}}$ ومنه نسبة التقدم النهائي للتفاعل :

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{ke}{C_1 \cdot 10^{-pH}}$$

ت.ع : لدينا : $C_1 = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{0,410}{82 \times 0,5} = 10^{-2} mol/L$ إذن : $\tau_1 = \frac{10^{-14}}{10^{-2} \cdot 10^{-8,4}} = 2,51 \cdot 10^{-4}$

1-3- ثابتة التوازن المقرونة بالتفاعل الحاصل :

$$K = \frac{[HO^-]_{eq} \times [CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}} = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{C_1 \cdot V - x_f}{V}} = \frac{x_f^2}{V(C_1 \cdot V - x_f)}$$

أي : $\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{C_1 \cdot V}$ ولدينا : $K = \frac{x_f^2}{V(C_1 \cdot V - x_f)}$

ومنه : $K = \frac{x_f^2}{V(C_1 \cdot V - x_f)} = \frac{\tau_1^2 \cdot C_1}{1 - \tau_1}$

التحقق من قيمة K . ت.ع : $K = \frac{(2,51 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 10^{-2}}{1 - 2,51 \cdot 10^{-4}} = 6,3 \cdot 10^{-10}$

1-4- بما أن جميع القياسات تمت عند درجة حرارة فإن ثابتة التوازن ستحتفظ بنفس القيمة . فهي لا تتعلق بالتراكيز البدنية.

$$C_2 \tau_2^2 + K \cdot \tau_2 - K = 0 \Leftrightarrow K = \frac{\tau_2^2 \cdot C_2}{1 - \tau_2}$$

لكن : $\frac{-K \pm \sqrt{\Delta}}{2C_2}$ هناك حلين ، $\sqrt{\Delta} = \sqrt{K^2 + 4K \cdot C_2} = \sqrt{(6,3 \cdot 10^{-10})^2 + 4 \times 6,3 \times 10^{-10} \times 10^{-3}} = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-12}} = 1,58 \cdot 10^{-6}$

$\tau_2 > 0$ و : $C_2 = 10^{-3} mol/L$ $\Leftrightarrow \tau_2 = \frac{-K + \sqrt{\Delta}}{2C_2} \approx 7,9 \times 10^{-4} > \tau_1$ تزداد نسبة التقدم النهائي بتخفيف المحلول.

2-1-2- أ- من خلال العلاقة : $\sigma_{eq} = 81,9 + 1,37 \cdot 10^4 \cdot x_{eq}$ نجد : $\sigma_{eq} = 83,254 mS \cdot m^{-1}$ $\Leftrightarrow \sigma_{eq} = \frac{\sigma_{eq} - 81,9}{1,37 \times 10^4} = 9,88 \cdot 10^{-5} mol$

ومن خلال الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

معادلة التفاعل				معادلة التفاعل	
$CH_3COO^-(aq) + HCOOH_{(aq)} \rightleftharpoons CH_3COOH(aq) + HCOO^-(aq)$				التقدم	الحالة
كميات المادة بالمول					
CV_1	CV_2	0	0	0	ح-البدنية
$CV_1 - x$	$CV_2 - x$	x	x	x	ح-التحول
$CV_1 - x_{eq}$	$CV_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}	ح-التوازن

$$K = \frac{[CH_3COOH]_{eq} \times [HCOO^-]_{eq}}{[CH_3COO^-]_{eq} \times [HCOOH]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \times \frac{x_{eq}}{V}}{\left(\frac{CV_1 - x_{eq}}{V}\right) \times \left(\frac{CV_2 - x_{eq}}{V}\right)} = \frac{x_{eq}^2}{(CV_1 - x_{eq}) \times (CV_2 - x_{eq})}$$

$$= \frac{(9,88 \cdot 10^{-5})^2}{(10^{-2} \cdot 0,09 - 9,88 \cdot 10^{-5}) \cdot (10^{-2} \cdot 10^{-2} - 9,88 \cdot 10^{-5})}$$

$$= 10,15 \approx 10$$

ب- من جهة أخرى لدينا : $K = \frac{k_{A(HCOOH/HCOO^-)}}{k_{A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}} = \frac{k_{A2}}{k_{A1}}$ ومنه : $k_{A2} = K \times k_{A1} = 10 \times 1,6 \cdot 10^{-5} = 1,6 \cdot 10^{-4}$

2-2- pH الخليط تعطيه إما العلاقة التالية:

$$pH = pk_{A1} + \log \frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$$

$$= -\log k_{A1} + \log \frac{CV_1 - x_{eq}}{x_{eq}} = -\log 1,6 \cdot 10^{-5} + \log \frac{10^{-2} \cdot 0,09 - 9,88 \cdot 10^{-5}}{9,88 \cdot 10^{-5}} = 4,796 + 0,909 = 5,7$$

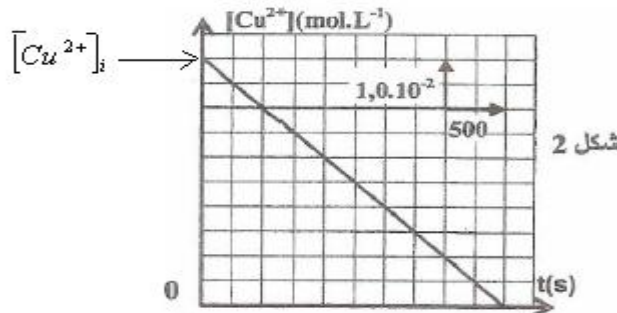
$$pH = pk_{A2} + \log \frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$$

$$= -\log k_{A2} + \log \frac{x_{eq}}{CV_2 - x_{eq}} = -\log 1,6 \cdot 10^{-4} + \log \frac{9,88 \cdot 10^{-5}}{10^{-2} \cdot 0,01 - 9,88 \cdot 10^{-5}} = 3,796 + 1,915 = 5,7$$

لدينا : $pH > pk_{A1}$ و $pH > pk_{A2}$ ← النوعان المهيمنان في الخليط هما : $CH_3COO^- (aq)$ و $HCOO^- (aq)$.

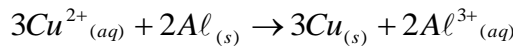
الجزء الثاني :

1-1-1 من خلال منحنى الشكل 2. لدينا : $C_o = [Cu^{2+}] = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

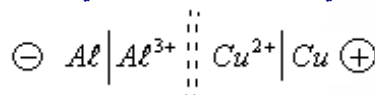


ولدينا : $K = 10^{-20}$ و $Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}]_i^3}{[Al^{3+}]^2} = \frac{C_o^3}{C_o^2} = C_o = 5 \cdot 10^{-2}$

$Q_{r,i} > K$ المجموعة تتطور في المحنى المعاكس. وبذلك يكتب التفاعل الحاصل خلال اشتغال العمود كما يلي :



1-2 يتضح أن الأنود التي تتأكسد خلال اشتغال العمود والتي تمثل القطب السالب هي إلكترود Al. ومنه التبيانة الاصطلاحية للعمود :



1-2-2

معادلة التفاعل				الحالة	
$3Cu^{2+} (aq) + 2Al (s) \rightarrow 3Cu (s) + 2Al^{3+} (aq)$				التقدم	البداية
كميات المادة بالمول					
CoV	no(Al)	no(Cu)	CoV	0	البداية
CoV -3x	no(Al)-2x	no(Cu)+3x	CoV+2x	x	التحول

من خلال نصف المعادلة : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$ لدينا : $n(Cu^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I \cdot t}{2F}$

$$(a) \quad x = \frac{I.t}{6F} \quad \text{ومنه} \quad 3.x = \frac{I.t}{2F} \quad \Leftarrow$$

تركيز أيونات النحاس عند اللحظة t :

$$(b) \quad [Cu^{2+}]_t = C_o - \frac{I.t}{2.F.V} \quad \text{أي} \quad [Cu^{2+}]_t = \frac{Co.V - 3x}{V} = C_o - 3\frac{x}{V} = C_o - \frac{I.t}{2.F.V}$$

2-2 - من خلال المنحنى ينعدم تركيز الايونات Cu^{2+} عند اللحظة $t_c = 2500s$

بالتعويض في العلاقة (b)

$$I = \frac{2.F.V.C_o}{t_c} = \frac{2 \times 96500 \times 50 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-2}}{2500} \approx 0,19A \quad \text{ومنه} \quad C_o = \frac{I.t_c}{2.F.V} \quad \Leftarrow \quad C_o - \frac{I.t_c}{2.F.V} = 0$$

3- عندما ينعدم تركيز الايونات Cu^{2+} يصبح العمود مستهلكا. Cu^{2+} تلعب دور المتفاعل المحد ، ومنه فإن : $C_o.V - 3.x_{max} = 0$

من خلال (a) لدينا : $x_{max} = \frac{I.t_c}{6F}$ ومن خلال جدول التقدم : $\Delta n(A\ell) = -2.x_{max}$ عند نهاية التفاعل .

$$\Delta m(A\ell) = M(A\ell) \times \Delta n(A\ell) \quad \text{وبذلك نستنتج} \quad \Delta m(A\ell) = \frac{-I.t_c M(A\ell)}{3.F} = -\frac{0,19 \times 2500 \times 27}{3 \times 96500} = -0,044g = -44mg$$

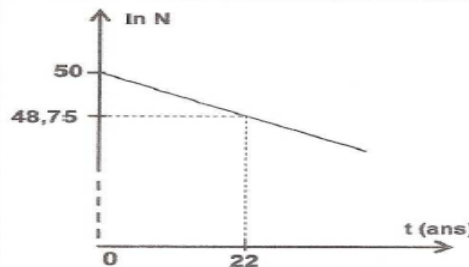
التمرين الأول فيزياء:



1-2 لدينا : $N = N_o.e^{-\lambda.t} \quad \Leftarrow \quad \ln N = \ln N_o + \ln e^{-\lambda.t} \quad \text{أي} \quad \ln N = \ln N_o - \lambda.t$

المنحنى $\ln N = f(t)$ عبارة عن دالة تآلفية معاملها الموجه $-\lambda$. $\ln N = -\lambda.t + \ln N_o$

$$\text{ومنه} : \lambda = \left| \frac{\Delta \ln N}{\Delta t} \right| = \left| \frac{50 - 48,75}{0 - 22} \right| = \left| -56,8 \cdot 10^{-3} \right| = 56,8 \cdot 10^{-3} \text{ ans}^{-1} \quad \text{ولدينا} : t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 12,2 \text{ ans}$$



2-1-2 المجال 1 هو مجال النويدات التي يمكن أن تخضع للاندماج لأن النويدات الخفيفة هي التي تندمج.

$$E = N \cdot |m({}^0_{-1}n) + m({}^4_2He) - m({}^3_1H) - m({}^2_1He)| \cdot c^2 \quad -2-2$$

$$M({}^2_1H) = 2,013355 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 10^3 \times 6,02 \cdot 10^{23} \approx 2,012g / mol$$

$$N = \frac{m({}^2_1H)}{M({}^2_1H)} \times N_A = \frac{33g}{2,012} \times 6,02 \cdot 10^{23} = 9,87 \cdot 10^{24}$$

$$E = 9,87 \times 10^{24} \times 0,01889 \times 931,5 = 1,7367 \cdot 10^{26} \approx 1,74 \cdot 10^{26} MeV$$

تمرين الفيزياء رقم 2

1-1-1 أ - بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_b + u_R = E$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt} \quad \Leftarrow \quad i = \frac{u_R}{R} \quad \Leftarrow \quad u_R = R.i \quad \text{مع} \quad (1) \quad r.i + L \cdot \frac{di}{dt} + u_R = E$$

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{(r+R)}{R} = E \quad \Leftarrow \quad \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R \left(1 + \frac{r}{R}\right) = E \quad \Leftarrow \quad \frac{r}{R} \cdot u_R + \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R = E \quad \text{بالتعويض في (1) :}$$

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (r+R)u_R - R.E = 0 \quad \text{أي} :$$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com
 بالتعويض في المعادلة التفاضلية : $\frac{du_R}{dt} = \lambda U_o \cdot e^{-\lambda t}$

ب- الحل : $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda t})$
 $\dots = U_o - U_o \cdot e^{-\lambda t}$

$U_o \cdot e^{-\lambda t} (\lambda L - (R+r)) + (R+r)U_o = R.E \Leftrightarrow \lambda L U_o \cdot e^{-\lambda t} + (r+R)U_o - (R+r)U_o e^{-\lambda t} - R.E = 0$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{(R+r)}{L} \\ U_o = \frac{R.E}{R+r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda L - (R+r) = 0 \\ (R+r)U_o = R.E \end{cases}$$

1-2 أ- $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda t})$ في النظام الدائم : $u_R = U_o = R.I$ ومنه : $I = \frac{U_o}{R}$
 ومن خلال العلاقة : $U_o = \frac{R.E}{R+r}$ نستخرج : $r = \frac{(E - U_o)R}{U_o}$ أي : $r = \frac{E - U_o}{I}$ تبع : $r = \frac{E - U_o}{I} = \frac{10 - 7,6}{0,1} = 24\Omega$

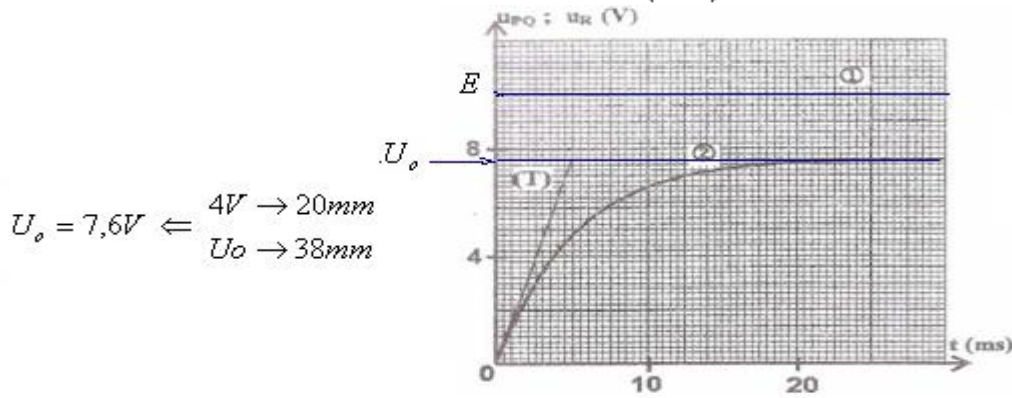
ب- $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda t})$ وعند $t=0$ $\frac{du_R}{dt} = \lambda U_o \cdot e^{-\lambda t}$ مع : $\lambda = \frac{R+r}{L}$ و $R+r = \frac{E}{I}$ أي :

$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E.U_o}{I.L} \Leftrightarrow \lambda = \frac{E}{I.L}$

ومن جهة اخرى من خلال المعامل الموجه للمماس للمنحنى عند $t=0$:

$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{(4-0)V}{(2,5-0) \cdot 10^{-3}s} = 1600V/s$

ومنه : $L = \frac{E.U_o}{I \cdot \left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}} = \frac{10 \times 7,6}{0,1 \times 1600} = 0,475H \approx 0,5H$



2-أ- يبرز المنحنى رقم 4 حالة الخمود الضعيف حيث تتناقص الطاقة الكلية للدائرة نتيجة التبدد على شكل طاقة حرارية بمفعول جول وذلك ناتج عن وجود المقاومة فيتناقص الوسع إلى أن ينعدم .

ب- من خلال المنحنى ، شبه الدور : $T = 2 \times 7,91ms = 15,82ms$ وبما أن : $T = T_o$

$L' = \frac{T^2}{4.\pi^2.C} = \frac{(15,82 \cdot 10^{-3})^2}{4.\pi^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 0,317H$ ومنه : $T^2 = 4.\pi^2.L'.C$

2-2 لدينا : $u_c(t) = E \cdot e^{-\frac{(r'+R')}{2L'}t} \cdot \cos\left(\frac{2.\pi}{T}t\right)$ لنبين أن : $r' = 0$

لدينا من خلال المنحنى : $u_c(t) = 4,5V$ عند اللحظة $t = T$

$4,5 = E \cdot e^{-\frac{(r'+R')}{2L'}T} \cdot \cos(2.\pi)$

$Ln0,45 = -\frac{(r'+R')T}{2L'}$ ومنه : $r'+R' = -\frac{2.L' Ln0,45}{T}$
 $r' = -\frac{2.L' Ln0,45}{T} - R' = \frac{-2 \cdot 0,317 \cdot Ln0,45}{15,82 \cdot 10^{-3}} - 32 = 0$

3-2- أ- يتجلى دور دائرة الانتقاء في انتقاء التوتر المضمن، الذي تردد ه = تردد الموجة الحاملة: $F^2 = \frac{1}{4.\pi^2.L.C}$ $\Leftrightarrow F = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C}}$

ومنه: $C = \frac{1}{4.\pi^2.L.F^2} = \frac{1}{4.\pi^2.0,317 \times 10^{10}} = 7,99 \times 10^{-12} \approx 8.10^{-12} \text{ F}$

ولدينا: $6.10^{-12} \text{ F} < 8.10^{-12} \text{ F} < 12.10^{-12} \text{ F}$ إذن استعمال الوشيعة **b** يمكن من انتقاء الإشارة **us**.

ب- الشرط الذي يجب أن يتوفر لكشف غلاف جيد هو: $T_p < \tau < T_s$ أي: $10^{-5} \text{ s} < R_1 C < 2.10^{-4} \text{ s}$ ومنه: $\frac{10^{-5}}{30.10^3} < C < \frac{2.10^{-4}}{30.10^3}$

أي: $3,33 \text{ nF} < C < 6,67 \text{ nF}$ إذن من بين المكثفات المقترحة المكثف المناسب هو ذو السعة: $C = 5 \text{ nF}$.

التمرين الثالث: الميكانيك

1- تخضع المجموعة (S) لتأثير وزنها \vec{P} ولتأثير قوة الاحتكاك: \vec{f} .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور oz : $\frac{dv}{dt} = .g(1 - \frac{k.v^2}{m.g})$ أي: $\frac{dv}{dt} = .g - \frac{k}{m}v^2 \Leftrightarrow m.g - k.v^2 = m.\frac{dv}{dt}$ هي على الشكل

: $\frac{dv}{dt} = .g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$ ومنه: $\frac{1}{\alpha^2} = \frac{k}{m.g}$ $\Leftrightarrow \alpha = \sqrt{\frac{m.g}{k}}$

2- عندما تبلغ سرعة الكرة قيمتها الحدية $v = v_\ell$ تصبح: $\frac{dv_\ell}{dt} = 0 \Leftrightarrow g(1 - \frac{v_\ell^2}{\alpha^2}) = 0$ $\alpha = v_\ell$

الجواب الصحيح هو: (ج) المقدار α يمثل السرعة الحدية للمجموعة (S)

3- مبيانيا: $\alpha = v_\ell = 5 \text{ m/s}$ ولدينا: $k = \frac{m.g}{\alpha^2} = \frac{100 \times 9,8}{25} = 39,2 \text{ kg.m}^{-1}$

4- لدينا: $\begin{cases} a_n = g(1 - \frac{v_n^2}{\alpha^2}) \\ v_{n+1} = -7,84.10^{-2}.v_n^2 + v_n + 1,96 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} a_n = 9,8 - 0,392.v_n^2 \\ v_{n+1} = -7,84.10^{-2}.v_n^2 + v_n + 1,96 \end{cases}$ مع: $v_{n+1} = a_n.\Delta t + v_n$

$\Delta t = \frac{v_{n+1} - v_n}{a_n} = \frac{-7,84.10^{-2}.v_n^2 + 1,96}{-0,392.v_n^2 + 9,8} = \frac{-7,84.10^{-2}(v_n^2 - 25)}{-0,392(v_n^2 - 25)} = \frac{7,84.10^{-2}}{0,392} = 0,2 \text{ s}$ أي \Leftrightarrow

الجزء الثاني:

1-1-1- النواس الوازن يخضع لتأثير وزنه \vec{P} ولتأثير المحور \vec{R} . انظر الشكل:

بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك في حالة الدوران: $\Sigma M\vec{F}_A = J_A.\ddot{\theta}$

$M\vec{P}_A + M\vec{R}_A = J_A.\ddot{\theta}$

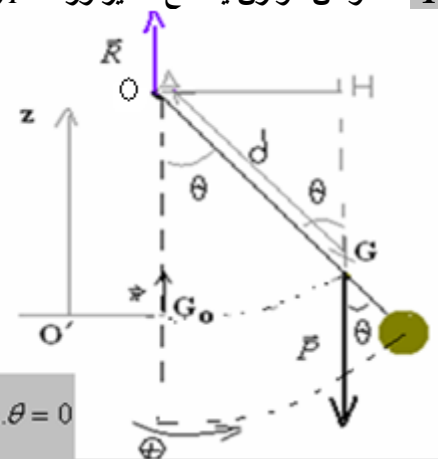
مع: $OH = d.\sin \theta$ $-P.OH + 0 = J_A.\ddot{\theta}$

$-m.g_o.d.\sin \theta = J_A.\ddot{\theta}$ \Leftrightarrow

مع: $m = m_1 + m_2$ $\ddot{\theta} + \frac{m.g_o.d}{J_A}.\sin \theta = 0$

بالنسبة للزوايا الصغيرة بحيث: $\sin \theta \approx \theta$ لدينا:

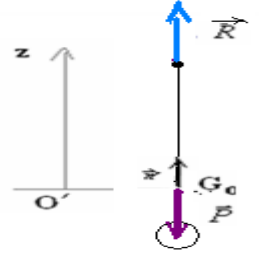
وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها θ في حالة التذبذبات الصغيرة. $\ddot{\theta} + \frac{(m_1 + m_2).g_o.d}{J_A}.\theta = 0$



$$1-2 \text{ - النض الخاص لحركة لنواس الوازن : } \omega_o = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) \cdot g_o \cdot d}{J_{\Delta}}} \text{ والدور الخاص : } T_o = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2) \cdot g_o \cdot d}}$$

$$\text{ت.ع: لدينا : } \pi^2 = 10 \Leftarrow T_o = 2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{9,8 \cdot 10^{-2}}{0,2 \times 9,8 \times 0,5}} = 2s$$

1-3 -بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عند موضع التوازن : لدينا :



$$\text{بالإسقاط على المنظمي : } \vec{P} + \vec{R} = (m_1 + m_2) \cdot \vec{a}_G$$

$$R_n = (m_1 + m_2) \cdot g_o + (m_1 + m_2) \cdot \frac{v^2}{d} \Leftarrow -P + R_n = (m_1 + m_2) \cdot \frac{v^2}{d}$$

$$R_t = (m_1 + m_2) \frac{dv_G}{dt} = (m_1 + m_2) d\ddot{\theta} \text{ بالإسقاط على المماسي للمسار:}$$

$$\Leftarrow t = \frac{T_o}{4} \text{ عند التوازن يمر بالنواس } \dot{\theta} = -\frac{2\pi \cdot \theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} t\right) \text{ و } \theta = \theta_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} t\right) \text{ مع ولدينا : } v = d \cdot \dot{\theta}$$

$$v = -\frac{2 \cdot d \cdot \pi \cdot \theta_o}{T_o} \text{ ومنه : } \dot{\theta} = -\frac{2\pi \cdot \theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} \cdot \frac{T_o}{4}\right) = -\frac{2\pi \cdot \theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2\pi \cdot \theta_o}{T_o}$$

$$\text{و } \ddot{\theta} = 0 \text{ نجد } t = \frac{T_o}{4} \text{ بالتعويض عند اللحظة } \ddot{\theta} = -\theta_o \left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi t}{T_o}\right)$$

$$\text{و بالتعويض في تعبير } R_n \text{ و } R_t \text{ نجد أن: } R_t = 0 \text{ و } R_n = (m_1 + m_2) \cdot \left(g_o + \frac{4 \cdot d \cdot \pi^2 \cdot \theta_o^2}{T_o^2}\right) \text{ وبالتالي فإن: } R = R_n$$

$$R = (m_1 + m_2) \cdot \left(g_o + \frac{4 \cdot d \cdot \pi^2 \cdot \theta_o^2}{T_o^2}\right) \text{ أي : } R = (m_1 + m_2) \cdot g_o + (m_1 + m_2) \cdot \frac{4 \cdot d \cdot \pi^2 \cdot \theta_o^2}{T_o^2}$$

$$\text{ت.ع: } R = 0,2 \cdot \left(9,8 + \frac{4 \cdot 0,5 \times 10 \times 10}{18^2 \times 2^2}\right) = 2N$$

2-1 -2 الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن هي مجموع طاقة الوضع للي وطاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية : $E_m = E_c + E_{pp} + E_{pt}$ باعتبار الحالة الموجعة المحددة نجد تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m \cdot g \cdot z_G$ مع $z_G = d(1 - \cos \theta)$ وبالنسبة للتذبذبات الصغيرة :

$$E_{pp} = \frac{(m_1 + m_2) g \cdot d \theta^2}{2} \text{ ومنه } z_G = d \frac{\theta^2}{2} \Leftarrow \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

$$E_{pt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 \text{ باعتبار الحالة المرجعة المحددة نجد تعبير طاقة الوضع للي:}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 \text{ وبما أن المجموعة في حالة دوران ، تعبير الطاقة الحركية :}$$

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pt}$$

$$\Leftarrow = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d \cdot \theta^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 = \frac{J_{\Delta}}{2} \dot{\theta}^2 + \frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C}{2} \cdot \theta^2$$

$$\text{وهي على الشكل : } E_m = a \cdot \dot{\theta}^2 + b \cdot \theta^2 \text{ ومنه: } a = \left(\frac{J_{\Delta}}{2}\right) \text{ و: } E_m = \left(\frac{J_{\Delta}}{2}\right) \dot{\theta}^2 + \left(\frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C}{2}\right) \theta^2$$

$$b = \left(\frac{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C}{2} \right)$$

2-2- بما أن جميع الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية ثابتة: $\frac{dE_m}{dt} = 0$ أي $\frac{d(a\dot{\theta}^2 + b\theta^2)}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية للحركة: $\ddot{\theta} + \frac{b}{a}\theta = 0$ أي $a\ddot{\theta} + b\theta = 0$ ومنه $2\dot{\theta}(a\ddot{\theta} + b\theta) = 0 \Leftrightarrow a(2\dot{\theta}\ddot{\theta}) + 2b\theta\dot{\theta} = 0$

في هذه الحالة النبض الخاص: $\omega_o' = \sqrt{\frac{b}{a}}$ والدور الخاص يصبح: $T_o' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}$ أي $T_o' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C}}$

2-3- لتصحيح الفرق الزمني ΔT يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\Delta T = 0 \Leftrightarrow T_o' = T_o$

$$(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C = (m_1 + m_2) \cdot g_o \cdot d \Leftrightarrow 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2) \cdot g \cdot d + C}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2) \cdot g_o \cdot d}}$$

ومنه: $C = (m_1 + m_2)d(g_o - g) = 0,2 \times 0,5 \times (9,8 - 9,78) = 2.10^{-3} N.m / rad$